

ДК 330.101

JEL B21; C10; D24; O10

DOI: 10.31471/2409-0948-2019-1(19)-53-67

Скворцов Ігор Борисович
доктор економічних наук, професор
професор кафедри економіки підприємства та інвестицій
Національний університет «Львівська політехніка»
79013, Львів, вул. Митрополита Андрея, 5
e-mail: i.skvorzov@gmail.com
ORCID <https://orcid.org/0000-0003-1655-0296>

Кулик Микола Андрійович
магістр
79013, Львів, вул. Митрополита Андрея, 5
e-mail: m.kulyk10@gmail.com

ОСОБЛИВОСТІ ТЕОРЕТИЧНОГО І СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ВИРОБНИЧИХ ФУНКЦІЙ КОББА-ДУГЛАСА

Анотація. Статтю присвячено дослідженню діяльності підприємств та комплексному моделюванню за допомогою методології виробничих функцій. Ця методологія є єдиною класичною моделлю, яка дає можливість комплексно розглядати й досліджувати виробничу діяльність підприємств та галузей. Основною перевагою цієї моделі є те, що в ній аналізують три найважливіші чинники будь-якого виробничого процесу – вартість основних засобів, чисельність працівників або витрат праці в людино-годинах і обсяги виготовленої продукції в грошових або натуральних показниках.

Метою виконаного дослідження є обґрунтування застосування теоретичних методів розрахунку виробничих функцій і встановлення причин розбіжностей, які виникають між ними та статистичними моделями.

У дослідженні вирішено такі завдання:

- обґрунтовано необхідність переходу від відокремленого аналізу діяльності підприємства, коли основні засоби і працівників розглядають відокремлено, до комплексного їх розгляду, що можна реалізувати, використовуючи методологію виробничих функцій;
- встановлено головні недоліки, які властиві статистичним моделям і зокрема статистичним виробничим функціям;
- застосовано теоретичні методи обґрунтування показників аналітичної (теоретичної) виробничої функції Кобба-Дугласа.

Запропоновано методику теоретичного визначення елементів виробничої функції – показників еластичності α , β і коефіцієнта A . Визначено та досліджено аналітичну виробничу функцію Кобба-Дугласа. Виявлено розбіжності, які спостерігаються в аналітичних та статистичних функціях.

Зроблено висновок про те, що запропонована методика моделювання і планування розвитку діяльності підприємства значно покращує достовірність прийнятих рішень, оскільки значною мірою усуває недоліки, які притаманні статистичним функціям. Запропоновано застосування на підприємстві системи фінансового контролінгу, яка унеможливить кризовий стан, визначить причини фінансових проблем, допоможе в пошуку шляхів їх вирішення.

Ключові слова: фондвіддача, фондоозброєність, виробіток, реперна точка, параболічний конусоїд, еластичність, коефіцієнт технологічності.

Skvortsov Ihor Borysovych
Doctor of Economics, professor
Professor of the department of Economics of Enterprise and Investments
National University "Lviv Polytechnic"
79013, Lviv, st. Metropolitan Andrey, 5
e-mail: i.skvorzov@gmail.com

Kulyk Mykola Andriiovych
Master's
79013, Lviv, st. Metropolitan Andrey, 5
e-mail: m.kulyk10@gmail.com

FEATURES OF THEORETICAL AND STATISTICAL MODELING OF COBB– DOUGLAS PRODUCTION FUNCTIONS

Abstract. Traditionally, the analysis of the enterprise activity is carried out with a separate consideration of fixed assets and employees efficiency. But the complex modeling and research of these indicators and these processes are not executed. Therefore, there is a need to implement the transition to complex modelling and integrated research in the activity of the enterprise that can be implemented using the methodology of production functions. This is due to the fact that the methodology of production functions is the only classical model that makes it possible to comprehensively review and investigate the production activities of enterprises and industries. The main advantage of this model is that it analyzes the three most important factors of any production process - the value of fixed assets, the number of employees or the costs of labor in man-hours and the output in monetary or physical terms.

The purpose of the study is to substantiate theoretical methods for estimation production functions and to establish the causes of disagreements arising between them and statistical models.

In the study performed, the following tasks were solved:

- the necessity of the transition from a separate analysis of the enterprise, when fixed assets and employees are considered separately, to their integrated consideration, that can be implemented using the methodology of production functions are justified;
- the main shortcomings inherent in statistical models and in particular production functions are established;
- theoretical methods of substantiation of indicators of the analytical (theoretical) production functions of Cobb-Douglas are applied.

A technique is proposed for the theoretical indication of the constituent elements of a production function - elasticity indicators α , β and coefficient A . Next, the Cobb-Douglas analytical production function is determined and investigated. The next and final stage is the analysis of discrepancies that are observed in the analytical and statistical functions.

The proposed methodology of modeling and planning for the development of an enterprise, which uses analytical production functions, significantly improves the reliability of decisions made, since it largely eliminates the shortcomings inherent in statistical functions.

Key words: capital productivity, capital-labor ratio, productivity of labor, reference point, parabolic cone, elasticity, coefficient of technology.

Вступ. Історично склалось так, що обґрунтування розвитку будь-якого підприємства, галузі чи країни загалом здебільшого ототожнюють із застосуванням виробничих функцій. Це зумовлено тим, що методологія виробничих функцій (ВФ) є єдиною класичною моделлю, яка дає можливість комплексно розглядати й досліджувати виробничу діяльність підприємств та галузей. Основною перевагою цієї моделі є те, що в ній аналізують три найважливіші чинники будь-якого виробничого процесу – вартість

основних засобів K , чисельність працівників або витрат праці в людино-годинах L і обсяги виготовленої продукції в грошових або натуральних показниках Y .

Важливість розвитку теоретичних положень цієї методології можна підтвердити й таким фактом: 50% науковців із всіх лауреатів Нобелівської премії в галузі економіки отримали премію за те, що моделі економічного розвитку на мікро- та макрорівнях досліджували, застосовуючи виробничі функції.

Проте усі ці перемоги та здобутки стосуються переважно теоретичного моделювання та дослідження, оскільки в практичній діяльності ці методи практично не застосовують. Тобто традиційно аналізують діяльність підприємства, відокремлено розглядаючи основні засоби і діяльність працівників – в перших розглядають фондівдачу, фондоозброєність й інші показники, а для аналізу праці – виробіток, середню зарплату тощо. І мова про комплексне моделювання та дослідження цих показників практично не йдеться. Тому виникає таке логічне запитання: а яка причина існуючого розриву між теоретичним моделюванням ВФ і їх практичним застосуванням?

Очевидно, що причин, які призвели до такого стану, є багато. Але в цьому дослідженні ми зосередимо всю увагу практично на одній – безапеляційному застосуванні економетричних (тобто статистичних) методів і недооціненні та нехтуванні теоретичних. Таке твердження може викликати подив, оскільки всім відомо, що практика є критерій істини (і це дійсно так). Тому для всіх статистика якраз і здається науковим методом дослідження практичних даних. Однак не беруть до уваги помилки, які притаманні цим методам. До головних ми відносимо такі: по-перше, усі недоліки і помилки, які спостерігаємо в попередніх планових періодах, за екстраполяції автоматично переносять у майбутнє; по-друге, отриманим деяким коефіцієнтам і показникам складно надати економічний зміст. Існують й інші недоліки, але вони потребують окремого дослідження.

Аналіз сучасних зарубіжних і вітчизняних досліджень і публікацій. Уся сучасна економічна теорія базується на методології виробничих функцій. А ці функції здебільшого досліджують як елемент теорії економічного розвитку. Тому більшість публікацій [2, 3, 4, 7] розглядають ці моделі як метод планування економічного розвитку на мікро- і макрорівнях. Є публікації [1, 5, 6, 8-11], у яких виробничі функції досліджують з позицій економіко-математичного підходу.

Висвітлення невирішених раніше частин загальної проблеми. В частині публікацій у теоретичних дослідженнях апріорно виробнича функція є відомою, тобто досліджують її властивості, а як визначати елементи самої функції, не вказують, в інших публікаціях пропонують визначати складники виробничої функції, але за допомогою лише статистичних методів.

Формулювання цілей статті. Метою дослідження є обґрунтування теоретичних методів розрахунку виробничих функцій і встановлення причин розбіжностей, які виникають між ними та статистичними моделями.

Висвітлення основного матеріалу. Функція Кобба-Дугласа – виробнича функція (або функція корисності), що відображає залежність обсягу виробництва Y від базових чинників виробництва – витрат праці L і капіталу K .

Вперше її запропонував Кнут Вікселл. У 1928 році функцію перевірили на статистичних даних Чарльз Кобб і Пол Дуглас в роботі “Теорія виробництва”. У цій статті спробували емпіричним шляхом визначити вплив витрат капіталу і праці на обсяги випущеної продукції в обробній промисловості США.

Загальний вигляд функції:

$$Y = A \cdot K^\alpha L^\beta, \quad (1)$$

де A – коефіцієнт технологічності, $\alpha \geq 0$ – коефіцієнт еластичності з капіталу, а $\beta \geq 0$ – коефіцієнт еластичності з праці [1].

Що стосується виробничих функцій, то ми виділяємо такі їх головні недоліки:

по-перше, для побудови обґрунтованої економетричної моделі треба обробляти значну кількість вихідної статистичної інформації, а це означає, що досліджуваний процес

треба розглядати протягом багатьох років (оскільки найбільш достовірною економічною інформацією для порівняння є річна);

по-друге, в статистичних моделях виробничої функції найбільш дискусійним елементом є показник A – коефіцієнт технологічності, який показано у виразі (1). Це зумовлено тим, що середньоквадратичне згладжування дає можливість визначити числове значення цього показника, але який його економічний зміст – встановити значно складніше.

Щоб усунути ці два найбільш типові недоліки, ми пропонуємо аналітичні методи обґрунтування і дослідження виробничих функцій.

Досліджуючи показники діяльності різних підприємств, ми встановили, що зручно їх комплексно аналізувати, використовуючи два базові показники – виробіток (B) і фондівіддачу (Φ). Перший характеризує ефективність використання робочої сили, а другий – основних засобів. Ці показники визначають за такими традиційними виразами:

$$B = \frac{Y}{L}, \quad \Phi = \frac{Y}{K},$$

де Y – обсяг випущеної продукції; L і K – два головні ресурси: чисельність працівників і вартість основних засобів (ці показники можуть визначатися й іншими одиницями вимірювання).

Для комплексного дослідження, яке б враховувало вплив двох чинників – людей і фондів, ми застосували такий підхід: аналізували числове значення добутку цих показників за декілька років і вибирали максимальне:

$$B_i \cdot \Phi_i = \frac{Y_i^2}{L_i \cdot K_i} \Rightarrow \max. \quad (2)$$

де i – індекс окремого планового періоду.

З цього виразу можна встановити, що обсяги продукції за окремий плановий період відповідають такій залежності:

$$Y_i = L_i^{0,5} \cdot K_i^{0,5}.$$

Однак з цього виразу незрозуміло, коли підприємство працювало краще, а коли гірше. Тому остаточно застосували формулу, яка відповідає умовам виробничої функції для одного підприємства (або за одною вибраною точкою):

$$Y = A_0 \cdot L^{0,5} \cdot K^{0,5}, \quad (3)$$

де A_0 – коефіцієнт технологічності, який визначає найкраще поєднання двох факторів – людську і уречевлену працю, що відповідає виразу:

$$A_0 = \frac{Y_0}{L_0^{0,5} \cdot K_0^{0,5}}, \quad (4)$$

де Y_0 , L_0 і K_0 – показники діяльності підприємства, у якого добуток виробітку на фондівіддачу є максимальними – реперна точка базових вихідних умов.

В економічному та математичному розумінні ми трактуватимемо репер як вихідну точку A_0 тривимірного простору, координати якої x_0 , y_0 , z_0 є відомі, і яку застосовує як базовий показник для визначення просторових функціональних залежностей (рис. 1).

Щоб розглядати виробничі функції, треба більш чітко сформулювати базові вихідні положення, які пояснюватимуть початковий сутнісний зміст отриманих залежностей, оскільки в традиційних економічних і математичних дослідженнях на це здебільшого не звертають належної уваги.

До економічних положень ми відносимо такі:

- ендогенна (внутрішньо-системна) економіко-математична модель, у якій на початкових етапах не беруть до уваги будь-яку зовнішню інформацію;
- реперні точки базових вихідних умов відповідатимуть критерію – виразу (2), або економічній потужності підприємства (спрощено – 80% від максимального випуску продукції).

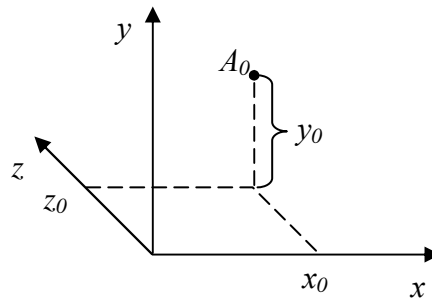


Рис. 1. Просторові функціональні залежності

Поверхня виробничої функції, яка відповідає виразу (3), утворює математичну фігуру, яку ми назвали, параболічний конусоїд (рис. 2).

Параболічний конусоїд – геометричне тіло, отримане шляхом об'єднання всіх променів, що виходять з однієї точки – вершини конуса, і таких, що проходять через довільну плоску криву, розташовану у першому квадранті тривимірної системи координат.

Базовий параболічний конусоїд (або просто конусоїд), отриманий об'єднанням усіх відрізків, що з'єднують вершину і точки плоскої поверхні, – основи, яка відповідає півеліпсу або півколу.

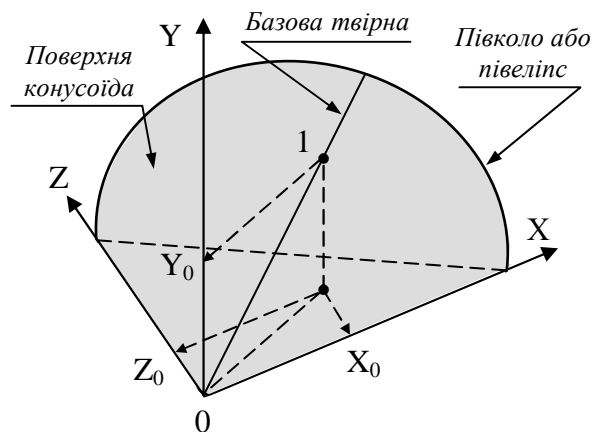


Рис. 2. Параболічний конусоїд (т. 1 – реперна точка)

Недоліком цієї початкової моделі є те, що в ній не враховано специфіку підприємств у цій галузі. Це видно з того, що показники степеня виразу (3) є однаковими $\alpha = \beta = 0,5$. Тому, щоб цей недолік усунути, доцільно моделювати виробничу функцію за умови, що враховують показники двох провідних підприємств розглянутої галузі, або двох точок одного підприємства, вибраних за критерієм виразу (2).

За двома підприємствами (реперними точками параболічного конусоїда) можна розрахувати теоретичну модель виробничої функції Коба-Дугласа, яка відповідає виразу

$$Y = A \cdot L^{\alpha} \cdot K^{(1-\alpha)} \quad (5)$$

З цього виразу видно, що сума показників степеня у виробничій функції Коба-Дугласа дорівнює одиниці $\alpha + \beta = 1$. Тобто за цією властивістю вираз (5) збігається із попереднім (3), але тепер значення цих показників може змінюватись в діапазоні від нуля й до одиниці ($0 < \alpha < 1$). Однак для аналітичного розрахунку цих показників є ще таке застереження. Оскільки у виробничій функції (ВФ) Коба-Дугласа немає чіткого закріплення показників степеня α і β за конкретним ресурсом, тому існує два розв'язки сформульованої задачі.

Перший, коли ВФ відповідає виразу (5), то показник степеня α і коефіцієнт технологічності A визначаємо за виразами [2]

$$\alpha = \frac{\ln \frac{Y_0 \cdot K_1}{Y_1 \cdot K_0}}{\ln \frac{K_1 \cdot L_0}{L_1 \cdot K_0}} = \frac{\ln \frac{\Phi_{B_0}}{\Phi_{B_1}}}{\ln \frac{\Phi_{O3_1}}{\Phi_{O3_0}}}, \quad (6)$$

$$A = \frac{Y_0}{L_0^\alpha \cdot K_0^{(1-\alpha)}}, \quad (7)$$

і другий, коли у ВФ основні ресурси змінюють своє положення

$$Y = A \cdot K^\alpha \cdot L^{(1-\alpha)}, \quad (8)$$

то ці показники визначатимемо за такими формулами

$$\alpha = \frac{\ln \frac{Y_0 \cdot L_1}{Y_1 \cdot L_0}}{\ln \frac{K_0 \cdot L_1}{K_1 \cdot L_0}} = \frac{\ln \frac{B_0}{B_1}}{\ln \frac{\Phi_{O3_0}}{\Phi_{O3_1}}}, \quad (9)$$

$$A = \frac{Y_i}{K_i^\alpha \cdot L_i^{(1-\alpha)}}, \quad (10)$$

де Φ_B і Φ_{O3} – фондовіддача і фондоозброєність праці; B – виробіток; індекси 0 та 1 визначають показники базового та другого підприємств, або першої і другої реперної точок.

У теорії найважливішими залежностями, які дають змогу моделювати поверхню параболічного конусоїда, є L - і K -функції (рис. 3).

Аналітичні вирази L - і K -функцій відповідають таким формулам:

1) L -функція

$$Y_{Li} = A \cdot (k_{ic})^{(1-\alpha)} \cdot L^\alpha, \quad (11)$$

де Y_{Li} – обсяг виготовленої продукції від зміни витрат першого ресурсу (праці L) за сталого i -го значення другого ресурсу (вартості основних засобів – k_{ic});

2) K -функція

$$Y_{Kj} = A \cdot (l_{jc})^\alpha \cdot K^{(1-\alpha)}; \quad (12)$$

де Y_{Kj} – обсяг виготовленої продукції від зміни кількості другого ресурсу (вартості основних засобів K) при сталому j -му значенню першого (витрат праці l_{jc}).

Тепер в економіці, коли досліджують виробничі функції, розглядають три види функціональних залежностей: ізокванта, ізокоста та ізокліна.

Ізокванта, або крива рівного продукту, відображає всі можливі комбінації двох факторів (праці і капіталу), які можна використати для виробництва певного обсягу продукту.

Ізокоста — це лінія незмінних витрат, що показує всі можливі комбінації праці і капіталу, які фірма може придбати за сталого рівня витрат.

Ізокліна – лінія найшвидшого зростання виробничої функції. Ізокліни ортогональні лініям нульового зростання, тобто ортогональні ізокванти [1].

Ці визначення, які є традиційними для економічного аналізу, на нашу думку, однобічно розглядають ці залежності, оскільки підкреслюють їх найважливіші властивості, але не пояснюють всі математичні особливості. Тому правильно користуватись ними неможливо. Передусім треба відзначити, що в традиційному трактуванні у цих залежностях не підкреслюють їх різний математичний зміст. Тільки ізокванта розташована на площині конусоїда (див. рис. 3), а ізокости та ізокліни є дотичними до цієї площини, тобто до неї не належать, що треба враховувати в дослідженні. Тому для ізокліни ми даватимемо інші визначення.

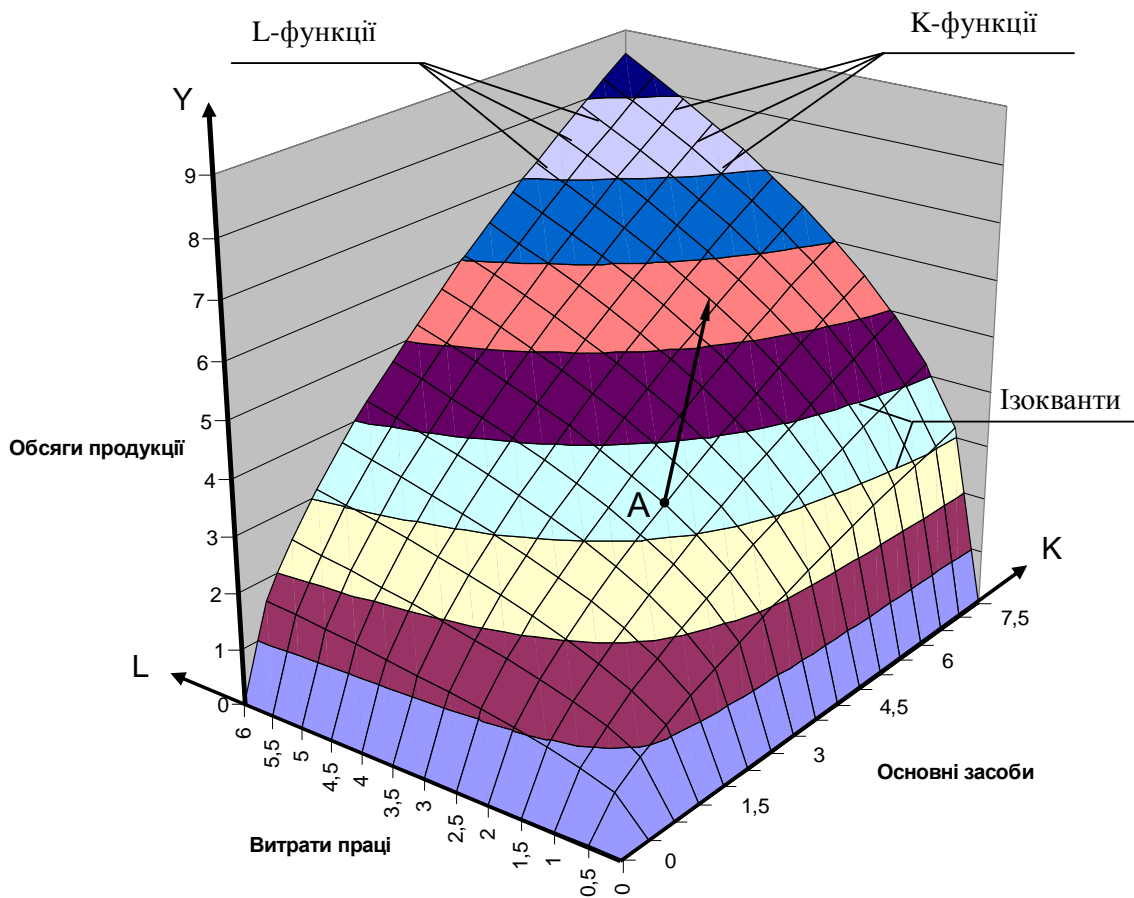


Рис. 3. Поверхня параболічного конусоїда у тривимірному просторі, де т. А відповідає вихідним умовам, а стрілка показує можливий напрям розвитку діяльності підприємства

Ізокванту, яку часто використовують в економічних дослідженнях, описує виразом:

$$K_{\text{ізокв}} = \left(\frac{Y_i}{A \cdot L^\alpha} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(\frac{Y_i}{A} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot L^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}, \quad (13)$$

де Y_i – сталі i -те значення кількості виготовленої продукції;

K_i – зміна другого ресурсу при i -му обсязі випуску продукції;

L – довільна зміна першого ресурсу.

Оскільки для дослідження ВФ перевагу ми надаємо залежностям, які є на поверхні конусоїда (і фактично його утворюють), тому виділяємо два види ізоклін – існуюче (як допоміжне) і запропоноване.

Головний вид ізокліни (твірної) – це пряма лінія, яка з’єднує вершину конусоїда з його основою – півколом або еліпсоїдом (деформованим півеліпсом). Більш узагальнене визначення – це промінь, що виходить з вершини конусоїда, який описує еліпсоїд на площині, перпендикулярній до його вершини (рис. 4).

Плоский еліпсоїд (або еліпсоїд) – деформований півеліпс, який утворюється в тривимірному просторі внаслідок поперечного (ізокостного) січення конусоїда.

Узагальнене визначення ізокліни більш коректне, тому що в економічних дослідженнях ізокостне січення, яке показано на рис. 4 б, тепер майже не застосовують. Через те, що графічне зображення виробничої функції можна легко побудувати на комп’ютері, як показано на рис. 3, з якого видно, що будь-які твірні та ізокостні січення на

ньому відсутні. Але з математичних позицій таке січення відіграє важливу роль, оскільки дає змогу теоретично обґрунтувати вершину еліпсоїда – бічну вершину конусоїда, якій відповідає твірна з екстремальними (максимальними) значеннями (лінія 02 на рис. 4 а).

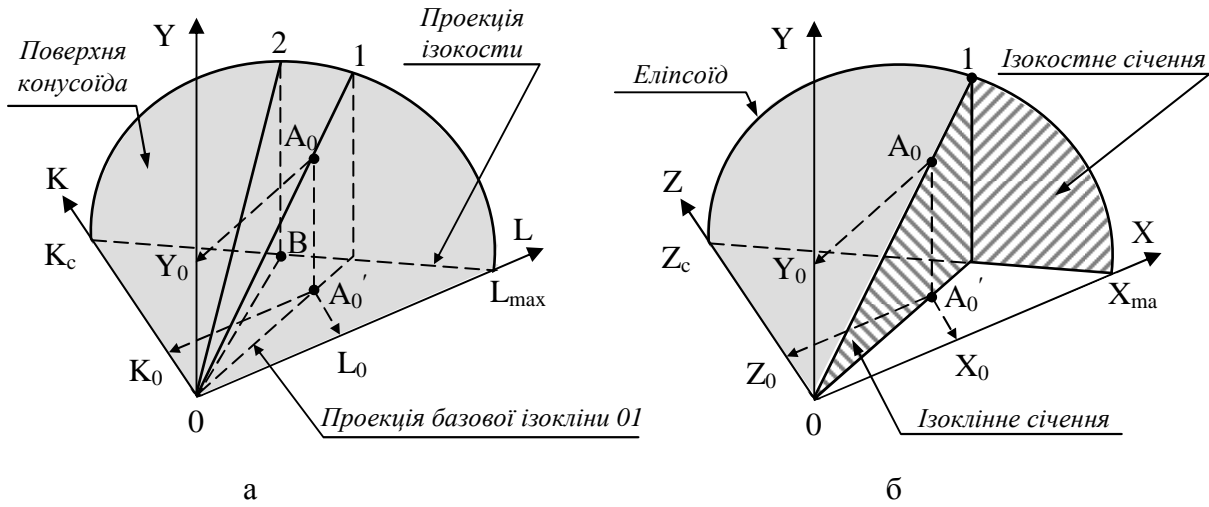


Рис. 4. Поверхня параболічного конусоїда (а) і його характерні вертикальні січення (б), де т.

A_0 і A_0' – реперна точка і її проекція на головну площину KOL ; L_0 , K_0 і Y_0 – її координати; лінії 01 і 02 – ізокліни (твірні) – базова і екстремального значення; лінія $0B$ – вісь (бічна вершина) конусоїда

Приклад такого дослідження показано на рис. 5. Припустимо, що ми розглядаємо випадок, коли спочатку існувало одне підприємство, а потім утворилось друге. Вихідні умови для першого підприємства відповідають правильному еліпсоїду, оскільки коефіцієнти функції однакові ($\alpha = \beta = 0,5$).

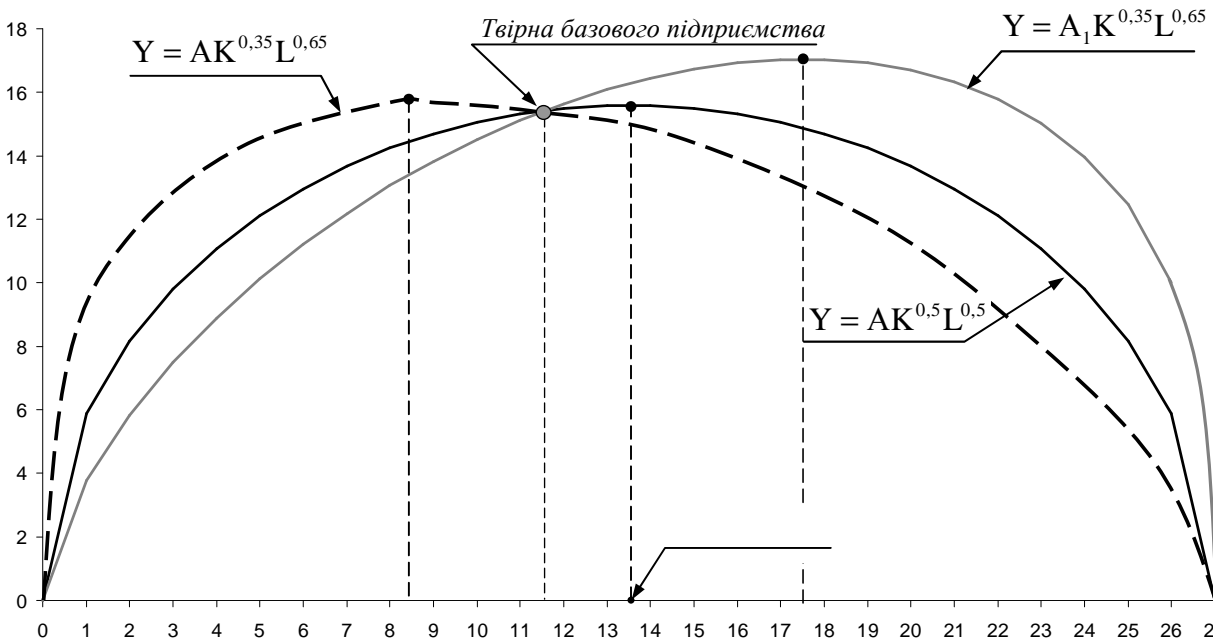


Рис. 5. Ізокостне січення параболічного конусоїда площиною, перпендикулярною до його осі

Коли розглядаємо два підприємства, ситуація змінюється. Залежно від показників нового підприємства їх виробнича функція може набувати двох значень – коли $\alpha > \beta$ або $\alpha < \beta$ (як показано на рис. 4 двома різними графіками). Внаслідок цього утворюється деформований півеліпс (еліпсоїд).

Головною особливістю цього січення є те, що на утворених графіках виникає можливість визначати такі характерні точки (осі): обертання і екстремальні. З цього рисунку також видно, що всі деформації площини параболічного конусоїда відбуваються відносно точки (осі) обертання, яка відповідає твірній (ізокліні) базового підприємства (тобто ця твірна проходить через її реперну точку). А екстремальні точки січення зміщуються в сторону тої осі, показник степеня якої є більшим.

Можна зробити такі висновки:

- у параболічному конусоїді можна виділити чотири види січень: три вертикальні до його основи (площині, утвореної осями LOK, тобто площині головних ресурсів) і одне горизонтальне – паралельне до основи;
- вертикальні січення називатимемо параболічне (K- і L-функцій), ізоклінне (лінійне) та ізокостне (еліпсоїдне), а горизонтальне – ізоквантне (гіперболічне);
- характерні точки конусоїда “обертання” і “екстремума” фактично визначають координати “осей обертання та екстремуму”, оскільки на точку ці осі перетворюються внаслідок перетину двох січних площин – ізоклінного та ізокостного (як показано на рис. 4 б);
- твірну (ізокліну) екстремального значення називатимемо “бічною вершиною конусоїда” або “вершиною конусоїда”, як показано на рис. 6 (“вершина півконуса” завжди збігатиметься з початком координат);
- вершина конусоїда також визначає вершину ізокванти (гіперболи), що є важливим для економіко-математичних досліджень.

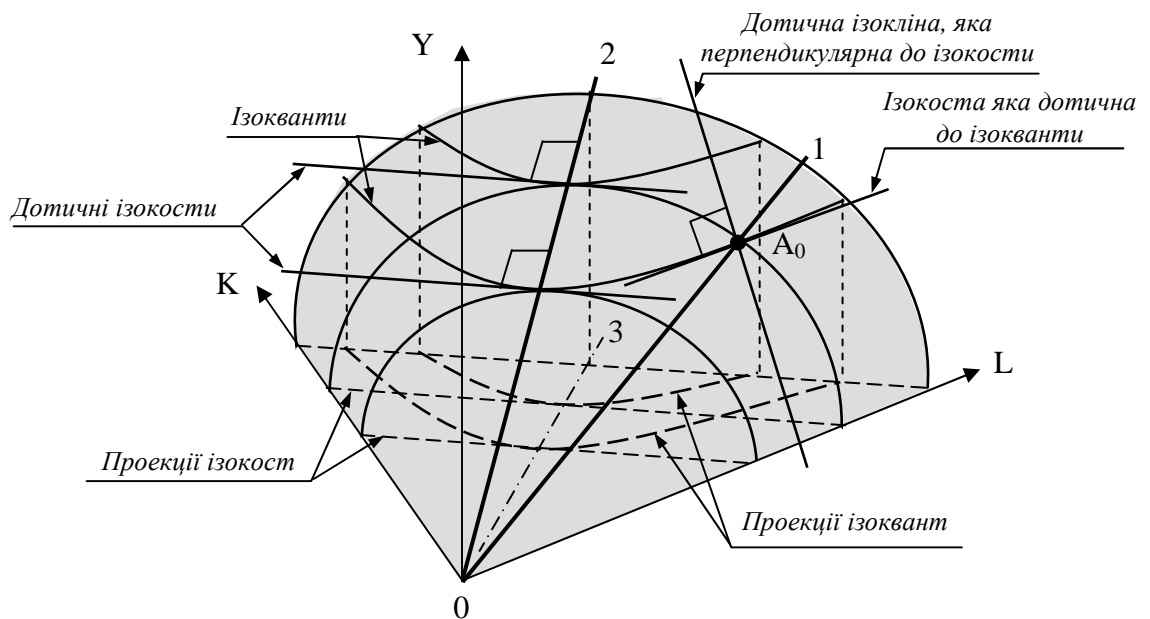


Рис. 6. Конусоїд і його найважливіші залежності, де
 пряма (промінь) 01 – базова ізокліна (твірна), яка є віссю обертання конусоїда,
 якщо додаємо ще одну реперну точку;
 пряма 02 – вершина конусоїда, у якій дотична ізокліна збігається з його
 твірною; промінь 03 – вісь конусоїда

Проекція твірної базового підприємства (базова ізокліна) К відповідає виразу

$$K_{ізкл}^{\delta} = \tau_{\phi.оз}^{\delta} \cdot L \quad (14)$$

де $\tau_{\phi.оз}^{\delta}$ – тангенціальне кутове число, економічний зміст якого – фондоозброєність базового підприємства

$$\tau_1 = \tau_{\phi.оз}^{\delta} = \frac{K_0}{L_0}, \quad (15)$$

де K_0 і L_0 – вартість основних засобів і чисельність працівників цього підприємства.

Встановивши базові теоретичні залежності виробничих функцій, можна їх апробувати. Для цього на прикладі Кременчуцького НПЗ змодельємо та дослідимо виробничі функції за запропонованим теоретичним методом і традиційною – статистичною методикою, у якій застосовуєть моделювання регресійної залежності.

Зібрані показники Кременчуцького нафтопереробного заводу за 2012 – 2017 рр. наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Вхідні дані

Показники	Одиниці виміру	Роки					
		2012	2013	2014	2015	2016	2017
Первісна вартість ОЗ	тис. грн.	2391144	2399796	2624483	2861334	3061171	5419841
Середня чисельність працівників	осіб	4539	4448	4250	4463	4397	3949
Обсяг виробництва нафтопродуктів							
– в натуральних одиницях	тонн	2722883	1716776	1482352	1423435	1411347	1646736
– в грошових одиницях	тис. грн.	1626295 9	12274386	14000308	13349852	16224623	2389537 9
Обсяг реалізації нафтопродуктів							
– в натуральних одиницях	тонн	2669442	1710597	1430050	1306119	1381191	1569553
– в грошових одиницях	тис. грн.	1602418 6	12135452	13190094	12022273	15588476	2261845 1

На підставі цих вихідних даних можна розрахувати головні показники діяльності підприємства, які використовуватимемо для побудови і дослідження його виробничої функції. Значення цих показників зведено в табл. 2.

Таблиця 2

Базові розрахункові показники Кременчуцького НПЗ

Показники	Формула розрахунку	Роки					
		2012	2013	2014	2015	2016	2017
Фондоозброєність	$\Phi_{оз} = K/L$	526,8	539,52	617,52	641,12	696,195	1372,46
Виробіток	$V = Y/L$	3582,9	2759,59	3294,19	2991,23	3689,930	6050,99
Фондовіддача	$\Phi_v = Y/K$	6,8	5,115	5,335	4,666	5,300	4,409
Показник ефективності (ВФ)	$V \times \Phi_v$	24368,7	14114,3	17572,9	13955,9	19557,1	26678,1

Примітка: темним фоном видалено показники ефективності, що мають максимальне значення.

З табл. 2 видно, що найкращі показники ефективності виробництва – добуток виробітку на фондоозброєність – на цьому підприємстві спостерігали у 2012 та 2017 роках. Тому показники цих років треба розглядати як базові – тобто ті, що відповідають двом реперним точкам.

Якщо значення цих показників підставити у вирази (9) і (10), то можна визначити теоретичне значення основних показників ВФ Коба-Дугласа:

$$\alpha = 0,547277; \quad \beta = 0,452723; \quad A = 116,076531.$$

Статистично розрахувати показники виробничої функції можна, якщо показники вартості основних засобів, чисельності працівників і обсягів виробленої продукції з табл. 1 підставити у формулу ЛІНЕЙН Excel. В результаті можна отримати:

$$\alpha = 0,7522; \quad \beta = 0,512957; \quad A = 2,861969.$$

Перша відмінність отриманих залежностей така: в теоретичній моделі утворюється ВФ Коба-Дугласа, оскільки $\alpha + \beta = 1$, а в статистичній моделі утворюється ВФ Солоу, оскільки $\alpha + \beta = 1,2652 > 1$.

На другому етапі порівняймо отримані значення діяльності Кременчуцького НПЗ за двома моделями виробничих функцій із фактичними (табл. 3 і рис. 7).

Таблиця 3

Розрахунок показників діяльності Кременчуцького НПЗ, виконаного аналітичними і статистичними методами

Показники	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Первісна вартість ОЗ, тис. грн.	2391144	2399796	2624483	2861334	3061171	5419841
Середньооблікова чисельність штатних працівників, осіб	4539	4448	4250	4463	4397	3949
Обсяг виробництва, тис. грн.	16262959	12274387	14000309	13349852	16224623	23895379
Обсяг виробництва (теоретичний), тис. грн.	16262959	16146416	16610991	17805202	18351148	23895379
Обсяг виробництва (статистичний), тис. грн.	13505563	13402349	14004718	15324794	16000346	23270731

Примітка: темним фоном виділено показники реперних точок для аналітичного (теоретичного) методу.

З табл. 3 і рис. 7 видно, що статистичний розрахунок обсягів виробництва значно краще відповідає фактичним значенням порівняно з теоретичним. Тому можна зробити “висновок”, що статистичний метод є кращим. Але це не обґрунтований висновок, оскільки беремо до уваги тільки форму розглянутого явища (графічне зображення), а не його сутність.

Метою статистичних методів (регресійного аналізу) є досягти максимальної тотожності розрахункових даних з фактичними. І коли вони повністю збігаються – коефіцієнт детермінації або кореляції дорівнюватиме одиниці, – то вважається, що мета досягнута, бо отримано найкращий результат. Основним засобом для реалізації цього методу є мінімізація середньоквадратичного відхилення.

Мета аналітичних методів інакша. А саме: побудова теоретичної моделі, яка обґрунтовано відтворює сутність розглянутого явища або процесу, виходячи з наявної інформації про розглянуті чинники.

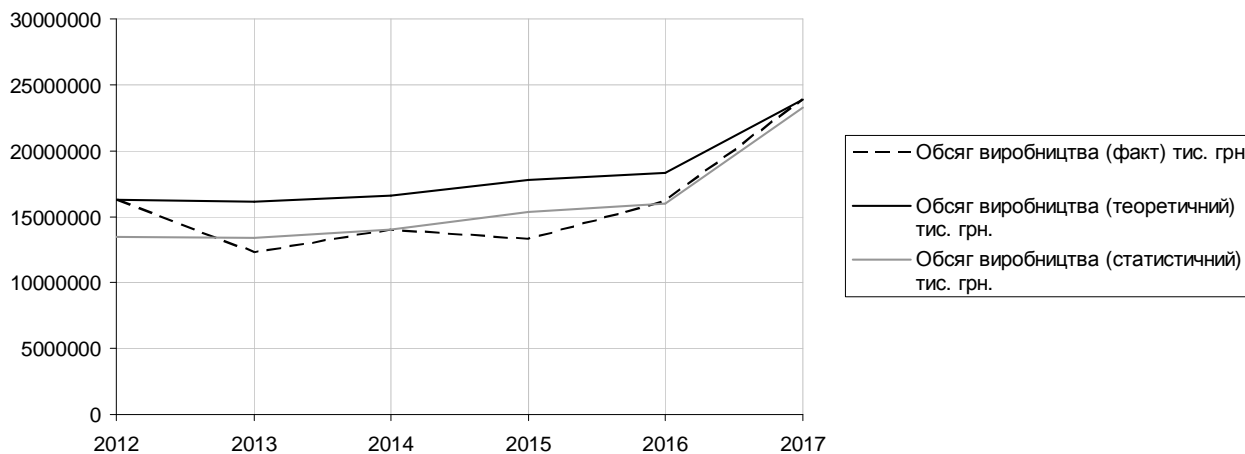


Рис. 7. Графіки обсягів виробництва Кременчуцького НПЗ фактичні і розраховані двома методами – аналітичним і статистичним

Дослідимо, враховуючи мету кожного методу моделювання. На рис. 8 показано графіки зміни розглянутих показників на Кременчуцькому НПЗ.

Найважливішим графіком є обсяги виробництва, оскільки він фактично показує кінцеву мету діяльності будь-якого підприємства. З цього графіка видно, що теоретично розрахована модель зміни обсягів збігається з фактичними значеннями тільки у двох точках (у кінцевих – це випадковість), а статистична модель - у трьох точках. Але найважливішим є не кількість точок збігу, а їх розташування. В теоретичній моделі вони розташовані завжди вище від статистичних, бо в ній відбирають екстремальні (максимальні) значення, а в статистичній - усереднені.

На наступному етапі треба проаналізувати (порівняти) зовнішній вид різних графіків. Порівнюючи графіки обсягів виробництва теоретичний та статистичний з графіками зміни вартості ОЗ і чисельністю працівників, можна зауважити, що графіки обсягів (обидва) майже збігаються з графіком зміни вартості ОЗ (тільки теоретичний розташований вище). Тому можна припустити, що вартість ОЗ є головною причиною, що впливає на обсяги виробництва.

І насамкінець проаналізуємо фактичний обсяг виробництва за цими двома чинниками. В 2013 р. він зменшився до мінімального значення, хоча об'єктивних причин для цього майже немає, оскільки вартість ОЗ зросла (хоч і незначно), а чисельність працівників зменшилась. Тому можна припустити, що на таке падіння вплинув саме цей чинник.

У наступному 2014 році обсяг виробництва зріс порівняно з попереднім роком, хоча падіння чисельності працівників продовжувало зменшуватись. І навпаки, коли у наступному році чисельність працівників зросла, то виробництво у 2015 р. зменшилось. Таку протилежну тенденцію спостерігаємо у двох наступних роках – чисельність працівників зменшується, а обсяги зростають.

Можна зробити такі висновки: по-перше, на НПЗ обсяги виробництва залежать практично від одного чинника – вартості основних засобів, оскільки чисельність працівників майже не впливає на нього; по-друге, протягом 2013-2016 рр. на Кременчуцькому НПЗ спостерігали необґрунтований спад виробництва, оскільки вартість ОЗ в цей період постійно зростала; по-третє, планувати роботу підприємства на моделі, яка фактично базується на цих негативних явищах, на нашу думку, недоцільно.

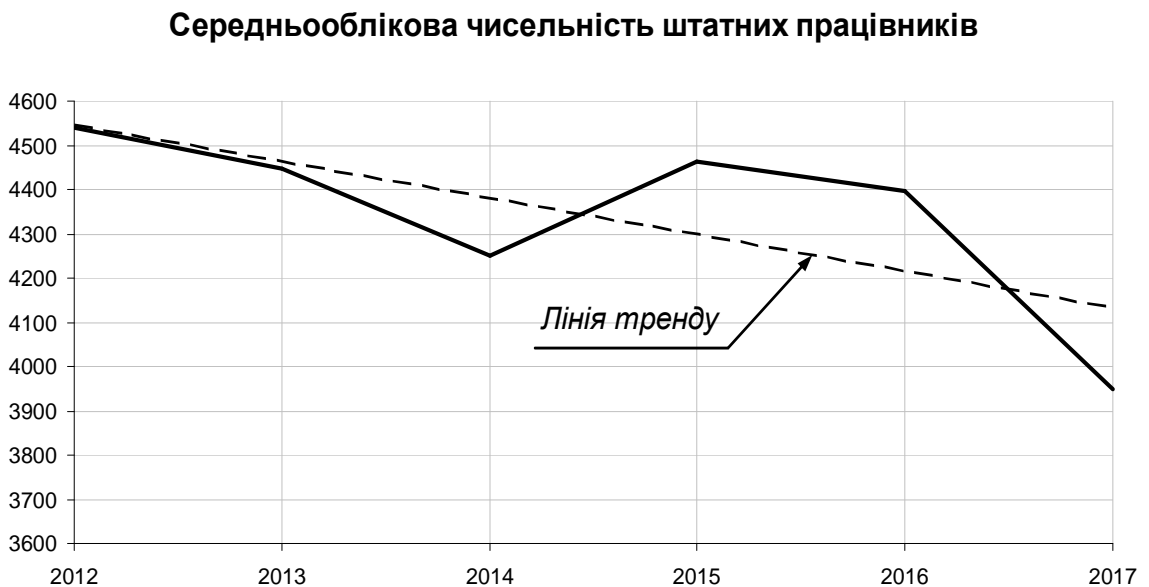
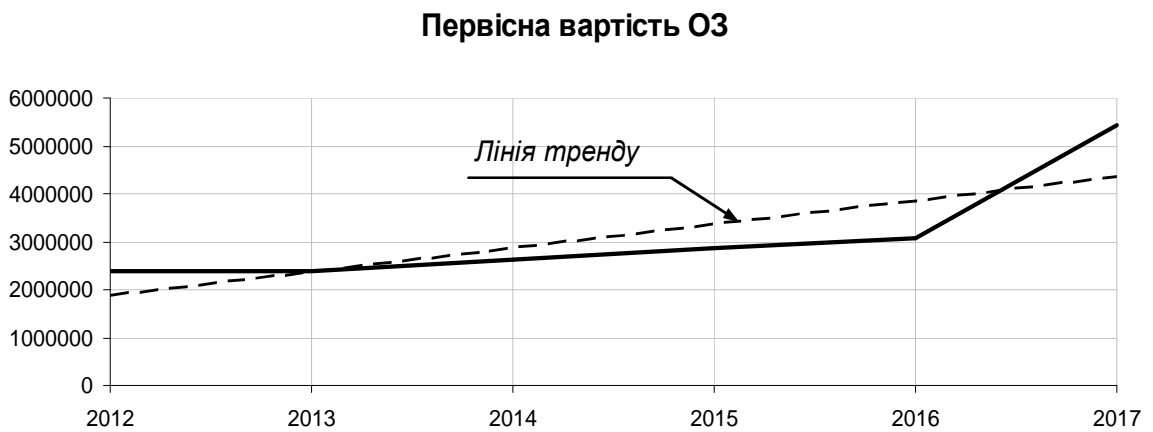
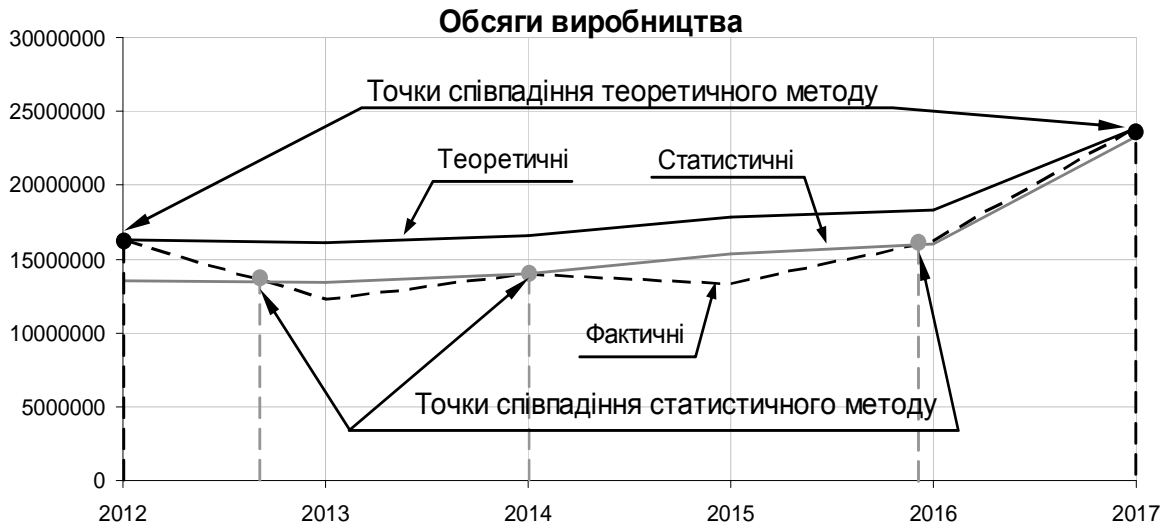


Рис. 8. Графіки зміни обсягів виробництва, первісної вартості ОЗ і чисельності працівників на Кременчуцькому НПЗ

Висновки та перспективи подальших досліджень. З дослідження можна зробити висновок, що розглянутий метод теоретичного моделювання виробничої функції більш

об'єктивно відтворює модель, яку можна обґрунтовано використовувати для планування діяльності підприємства, оскільки вона не враховує негативні явища в минулому. Ця модель принципово відрізняється від статистичної, оскільки базується на усереднених значеннях.

У виконаному дослідженні вирішено такі завдання:

- обґрунтовано необхідність переходу від відокремленого аналізу діяльності підприємства до комплексного їх розгляду, що можна реалізувати, використовуючи методологію виробничих функцій;
- встановлено головні недоліки, які властиві статистичним моделям і зокрема статистичним виробничим функціям;
- застосовано теоретичні методи обґрунтування показників аналітичної (теоретичної) виробничої функції Кобба-Дугласа.

Література

1. Скворцов І.Б., Тимчишин І.Є., Ємельянов О.Ю. Аналітичний метод визначення параметрів мультиплікативних виробничих функцій / Вдосконалення управління економікою в умовах переходу до ринку: Зб.наук. праць Львів.політехн.ін-ту. Деп.у ГНТБ України №1745. – 1993.

2. Білий Л. А. Моделювання економічних процесів статистичними виробничими функціями / Л. А. Білий, Г. Я. Дутка // Технічні вісті : наук. журнал. – 2011. – № 1-2. – С. 118-121.

3. Барро Р. Дж., Сала-и-Мартин Х. Экономический рост / Пер. с англ. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2010. — 824 с.

4. Грабовецький Б.Є. Виробничі функції в економічних дослідженнях / Б.Є. Грабовецький, І.В. Шварц // Вісник СумДУ. Серія Економіка. – 2013. – №1. – С. 60-68.

5. Кулик А. Б. Моделювання виробничих функцій / А. Б. Кулик // Вчені записки : зб. наук. праць. – 2010. – Вип. 12– С. 283-288.

6. Курзенев В., Матвеев В. Экономический рост. – СПб.: Питр, 2018. – 608 с.

7. Мороз О. В. Виробничі функції в економічних дослідженнях на мікрорівні / О. В. Мороз, Б. Є. Грабовецький, Ю. В. Міронова // Економічний простір : зб. наук. праць. – 2010. – № 35. – С. 112-119.

8. Нуреев Р. М. Экономика развития: модели становления рыночной экономики. – М.: Норма, 2008. – С. 120-125.

9. Ромер Д. Высшая макроэкономика. – М.: Изд. дом ВШЭ, 2014. - 855с.

10. Renshaw, Geoff. Maths for Economics. – New York: Oxford University Press, 2005. – P. 516–526.

11. Solow R.M. A Contribution to the Theory of Economic Growth // The Quarterly Journal of Economics. – 1956. – February Vol.70, No.1. – P. 65-94.

References

1. Vyrobnycha funktsiia, Izokvanta, Izokosta (Production function, Isoquants, Isocost). Wikipedia. (in Ukrainian)

2. Skvortsov I. B., Tymchyshyn I. Ye., Yemelianov O. Yu. (1993) Analitichnyi metod vyznachennia parametriv multiplykatyvnykh vyrobnychykh funktsii (An analytical method for determining the parameters of multiplicative production functions). Lviv: NU “LP”. (in Ukrainian)

3. Bilyi L. A., Dutka H. Ya. (2011) Modeliuvannia ekonomichnykh protsesiv statystychnymy vyrobnychymy funktsiiamy (Modeling of economic processes by statistical production functions). Lviv: Technical news. (in Ukrainian)

4. Barro R. Dzh., Sala-i-Martin H. (2010) Jekonomicheskij rost (Economic growth). Moscow: BINOM. Knowledge Lab. (in Russian)

5. Hrabovetskyi B. Ye., Shvarts I. V. (2013) Vyrobnychi funktsii v ekonomichnykh doslidzhenniakh (Production functions in economic research). Sumy: Herald Sumdu. Economy Series. (in Ukrainian)
6. Kulyk A. B. (2010) Modeliuvannia vyrobnychykh funktsii (Modeling of production functions). Kyiv: Vcheni zapysky. (in Ukrainian)
7. Kurzenev V., Matveenko V. (2018) Jekonomycheskij rost (Economic growth). St. Petersburg: PITER. (in Russian)
8. Moroz O. V., Hrabovetskyi B. Ye., Mironova Yu. V. (2010) Vyrobnychi funktsii v ekonomichnykh doslidzhenniakh na mikrorivni (Production functions in economic research at the micro level). Dnieper: ECONOMIC SCOPE. (in Ukrainian)
9. Nureev R. M. (2008) Jekonomika razvitija: modeli stanovlenija rynochnoj jekonomiki (Development economics: models of market economy formation). Moscow: Norma. (in Russian)
10. Romer D. (2014) Vysshaja makrojekonomika (Higher macroeconomics). Moscow: Id Vshe. (in Russian)
11. Renshaw, Geoff. (2005) Maths for Economics. New York: Oxford University Press.
12. Solow R. M. (1956) A Contribution to the Theory of Economic Growth. Cambridge: The Quarterly Journal of Economics.